

WIMiP INF I rok - Zestaw 1

1. Wektor \vec{u} o długości 3 jedn. tworzy z osią OX kąt $\alpha=30^\circ$, wektor \vec{v} o długości 5 jedn. tworzy z osią OX kąt $\beta=120^\circ$. Rozłożyć wektory na składowe (podać współrzędne), obliczyć ich sumę, różnicę oraz iloczyn skalarny.

2. Dane są trzy wektory zapisane w układzie kartezjańskim: $\vec{a} = [0,1,3]$, $\vec{b} = [-1,1,2]$, $\vec{c} = [1,1,-1]$. Obliczyć $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ i sprawdzić, że wyrażenie to jest równe $\vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$.

3. Wektory $\vec{a} = [4, 2, 3]$ oraz $\vec{b} = [2,1,1]$ wyznaczają płaszczyznę P. Znajdź kąt zawarty między wektorem $\vec{c}=[1,1,1]$ a normalną do płaszczyzny P.

4. Dany jest wektor $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$. Wyznacz kąt, który tworzy wektor \vec{b} z płaszczyzną XY, jeżeli wiadomo, że dwie pierwsze jego współrzędne to odpowiednio 2 i -2 oraz, że jest prostopadły do wektora \vec{a} .

4. Oblicz pola podanych powierzchni:

(a) trójkąt rozpięty na wektorach $\vec{a}=[1,-1,1]$, $\vec{b}=[0,3,-2]$;

(b) równoległobok o trzech kolejnych wierzchołkach w punktach

$$A=(1,0,1) \quad B=(3,-1,5) \quad C=(-1,5,0)$$

(c) równoległościan rozpięty na wektorach $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$

5. Wykaż, że $\vec{a} \perp \vec{b}$, jeżeli $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$.

6. Korzystając z definicji pochodnej oblicz pochodną funkcji:

(a) $f(x) = x^2$ (b) $f(x) = \frac{1}{x}$

7. Korzystając ze wzorów na pochodne funkcji podstawowych, oblicz pochodne następujących funkcji:

(a) $3 + x^5$ (b) $\frac{1}{2} \sin x$ (c) $\frac{2}{x^2}$ (d) $(5 - x^3)^2$ (e) $3 \cos(x^2 - 1)$ (f) $x^3 e^{-2x^2}$ (g*) x^x